

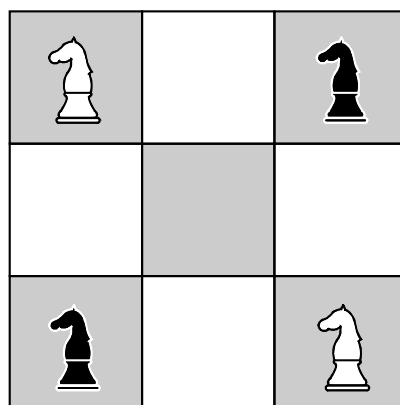
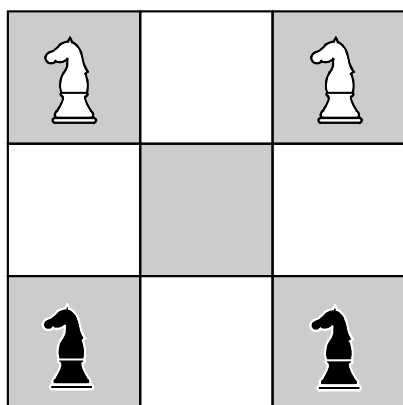


3.8 Topologia

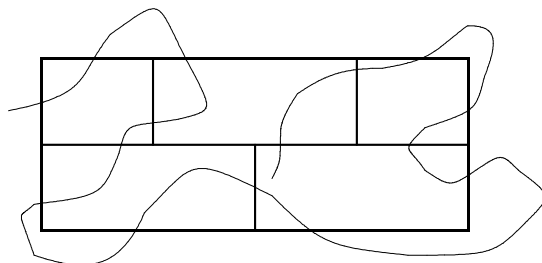
Selecció de problemes preparada per Laia Saumell i Ariño, profesora de Geometria i Topologia del Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona. tel.: 93 581 24 13, e-mail: laia@mat.uab.es.



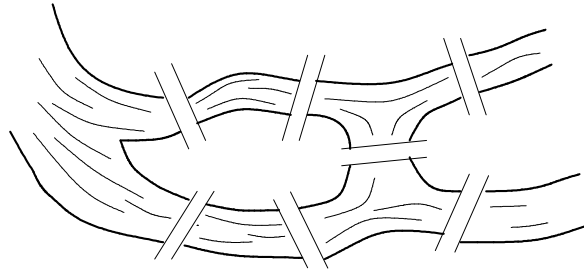
- 3.8.1.** (*) Quatre cavalls estan situats en un tauler d'escacs 3×3 com en la figura de l'esquerra. Es poden moure, utilitzant els moviments del cavall, a la posició indicada en la figura de la dreta?



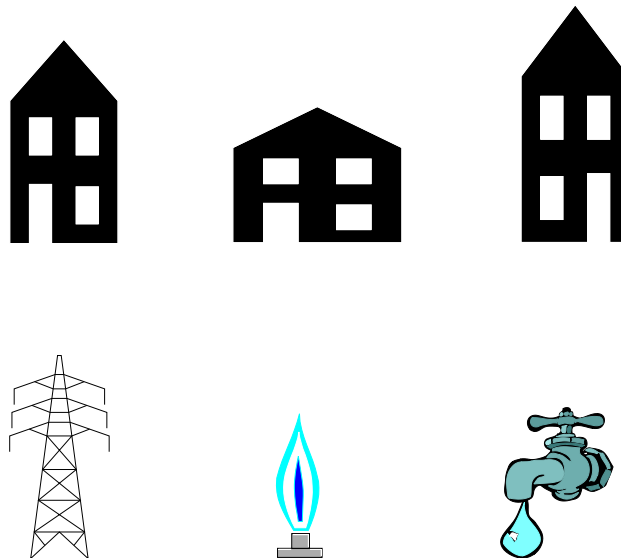
- 3.8.2.** (*) En aquest problema es tracta de veure que és impossible dibuixar una línia contínua i que no es talli a si mateixa, de manera que aquesta talli una vegada i només una vegada a cada un dels 16 segments que formen la xarxa de la figura següent. Evidentment, la línia dibuixada a la figura no és una solució del problema ja que deixa un dels segments sense tallar.



- 3.8.3.** (*) A Königsberg hi ha una illa anomenada Kuiphof. El riu que l'envolta es divideix en dos braços i sobre ells, en el temps en què vivia Euler, hi havia set ponts com s'indica a la figura. Per als habitants del lloc, era un tema de distracció descobrir un itinerari per a passejar que tornés al punt de partida després d'haver creuat tot els ponts, però passant solament una vegada per cada pont. Existeix aquest itinerari?



- 3.8.4.** (**) Hi ha un vell trencaclosques en què apareixen tres cases, cadascuna de les quals ha de ser connectada al subministrament d'aigua, gas i electricitat.



Poden fer-se les connexions de manera que ni es tallin ni passin a través de les cases ni de les fonts de subministrament?

(*) I si les tres cases i les tres fonts de subministrament són en un planeta en forma de tor (“donut”)?

- 3.8.5.** Se sap des de fa uns dos mil anys que sols existeixen cinc políedres regulars (totes les cares estan formades pel mateix polígon i a cada vèrtex concorren el mateix nombre d'arestes), els cinc sòlids platònics: el tetràedre regular, el cub, l'octàedre, el dodecàedre i l'icosàedre. Demostreu-ho utilitzant que en qualsevol políedre la seva característica d'Euler χ val 2. Vegeu la secció 2.16.

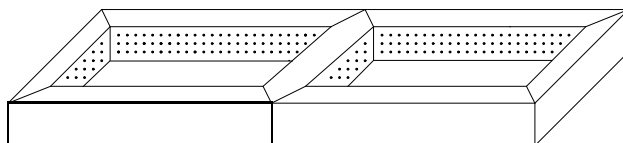
$$\chi = \text{el nombre de cares} - \text{el nombre d'arestes} + \text{el nombre de vèrtexs}.$$

- 3.8.6.** Demostreu que no és possible construir una pilota sols amb hexàgons de tal forma que dos hexàgons diferents tinguin com a molt un costat en comú. (Indicació: utilitzeu també que la característica d'Euler val 2.)

- 3.8.7. Les pilotes de futbol estan formades per pentàgons i hexàgons cosits de manera que a cada vèrtex hi concorren dos hexàgons i un pentàgon. Quants pentàgons i quants hexàgons hi ha en una pilota de futbol? (Indicació: utilitzeu la característica d'Euler.)

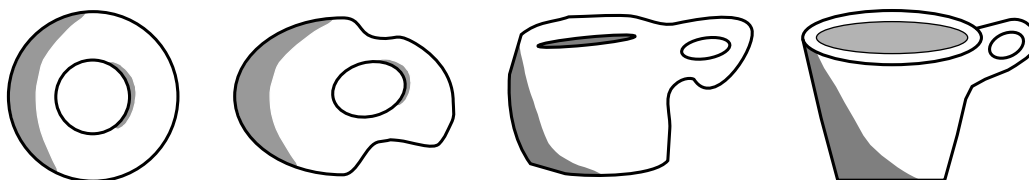


- 3.8.8. Calculeu la característica d'Euler de la figura següent:



(*) Com ho faríeu per a construir figures amb característica d'Euler un nombre parell i negatiu arbitrari?

- 3.8.9. Es diu que dos espais són topològicament equivalents si es pot passar de l'un a l'altre de manera contínua, i es pot retornar al primer de manera contínua. Com, per exemple,



Classifiqueu els espais següents en tipus topològicament equivalents.

