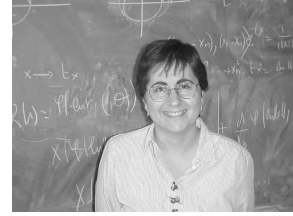




3.4 Probabilitats

Selecció de problemes preparada per Maria Jolis i Giménez, professora d'Estadística i Investigació Operativa del Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona. tel.: 93 581 30 94, e-mail: mjolis@mat.uab.es.

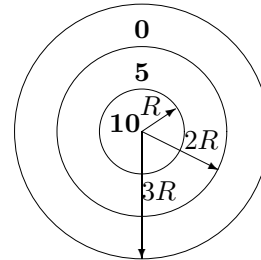


3.4.1. Suposem que la probabilitat que, en el naixement d'un infant, aquest sigui un nen és de 0.5. Quina és la probabilitat que en una família de quatre germans, com a mínim n'hi hagi tres del mateix sexe? (Contràriament al que es podria pensar en un principi, aquesta probabilitat és bastant més gran que la probabilitat que n'hi hagi dos de cada sexe.)

3.4.2. (*) Un home que era molt despistat sovint portava els dos mitjons diferents. Suposeu que aquest home cada matí, en vestir-se, obria un calaix on guardava n parells diferents de mitjons desaparellats i n'agafava a l'atzar 4 mitjons. Quina és la probabilitat que no n'hi hagués cap parell del mateix model?

Suposem que aquest home també triava de la mateixa manera els guants que es posava, i que tenia un altre calaix amb m parells de guants. (Suposeu que en els seus models de guants, el guant de la dreta és diferent del de l'esquerra.) Quina és la probabilitat que es pugui posar un parell de guants (encara que siguin de diferent model)? Quina és la probabilitat que es pugui posar dos guants del mateix model?

3.4.3. Quina és la probabilitat que en llançar un dard contra una diana com la del dibuix, obtinguem cadascuna de les tres possibles puntuacions? (Suposem que no tenim gens de punteria però que mai no surt fora de la diana, és a dir, que el llançament és totalment a l'atzar dins la diana.)



3.4.4. Suposem que en una certa població en què hi ha la mateixa quantitat d'homes que de dones, es té que la proporció de daltonians entre els homes és del 5%, mentre que la proporció de daltonianes entre les dones és del 0.25%. En un experiment mèdic s'ha triat un individu d'aquesta població i ha resultat que era daltonià, però la persona que va seleccionar aquest individu no va anotar quin era el seu sexe. Quina és la probabilitat que es tractés d'un home? Vegeu la secció 2.6.

3.4.5. S'instal·la un programa antivirus en un ordinador. La probabilitat que l'ordinador tingui el virus detectable per l'antivirus és 0.2. Si l'ordinador té el virus, la probabilitat que l'antivirus el detecti val 0.9. Si l'ordinador no té el virus, la probabilitat que l'antivirus doni un missatge d'existència de virus és 0.02. Es vol conèixer:

1. La probabilitat que, si ha aparegut un missatge d'existència de virus, l'ordinador no tingui el virus.
2. La probabilitat que l'ordinador tingui el virus i l'antivirus no el detecti.

3. La probabilitat que, si no ha sortit cap missatge d'existència de virus, l'ordinador tingui el virus.

3.4.6. Quina és la probabilitat que entre n persones n'hi hagi dues (com a mínim) amb el mateix dia d'aniversari? Comproveu que aquesta probabilitat és d'aproximadament 0.12 per a $n = 10$, 0.51 per a $n = 23$, i 0.99 per a $n = 55$ (!).

Calculeu també quina és la probabilitat que entre n persones n'hi hagi dues (com a mínim) amb el mateix signe del zodíac (suposeu per a simplificar que els dotze signes comprenen el mateix nombre de dies). Quin ha de ser el nombre de persones per tal que aquesta probabilitat superi el 0.75? Fixeu-vos que si volguéssim que la probabilitat valgués 1, es necessitarien $n = 13$ persones.

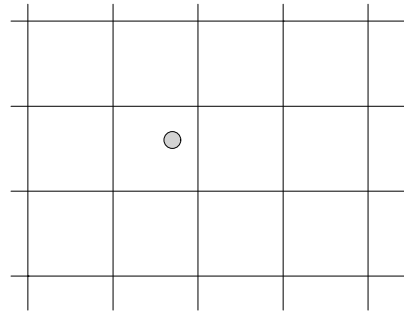
3.4.7. (**) En molts esports (per exemple el bàsquet i el beisbol professionals dels EUA) el campió de la lliga es decideix en una sèrie d'un màxim de set partits que enfronta els dos equips millor classificats al final de la lliga, essent el campió el primer equip que guanya quatre partits. Suposeu que els dos equips que arriben a la final són igual de bons (és a dir, a cada partit cada equip té probabilitat $1/2$ de guanyar). Quina és la probabilitat que es necessitin jugar per a saber el campió:

- quatre partits?
- cinc partits?
- sis partits?
- set partits?

Vegeu també que si es juguessin moltes d'aquestes sèries, en mitjana aquestes sèries serien de prop de sis partits.

Per a fer aquests dos darrers problemes, vegeu també la secció 2.8.

3.4.8. (**) Suposem que sobre un terra enrajolat amb rajoles quadrades de costat $\ell = 20$ cm llancem a l'atzar una moneda de 4 cm de diàmetre. Quina és la probabilitat que la moneda no toqui la vora de cap rajola? Quina mida hauria de tenir la moneda per tal que la probabilitat anterior valgui $1/2$?



3.4.9. (**) Suposeu que trenquem un pal de longitud ℓ per dos punts escollits a l'atzar. Quina és la probabilitat que, amb els tres palets resultants, es puguin construir un triangle que els tingui per costats?

Indicació: Si diem x i y les distàncies a un dels extrems del pal dels punts de trencament, es pot suposar que el punt (x, y) del pla és un punt triat totalment a l'atzar dins del quadrat $[0, \ell] \times [0, \ell]$. Vegeu la figura.

